Una Nueva Ecuación de Movimiento para un Cuerpo Puntual en Mecánica Clásica

Alejandro A. Torassa

(2010) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

Resumen

Este trabajo presenta una nueva ecuación de movimiento para un cuerpo puntual en mecánica clásica, que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia no rotante (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Ecuación de Movimiento

La aceleración $\mathbf{a}_\mathrm{A}$ de un cuerpo puntual A con respecto a un sistema de referencia S (no rotante) fijo a un cuerpo puntual S, está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{a}_\mathrm{A} = \frac{\sum \mathbf{F}_\mathrm{A}}{m_\mathrm{A}} - \frac{\sum \mathbf{F}_\mathrm{S}}{m_\mathrm{S}}$$

donde $\sum \mathbf{F}_\mathrm{A}$ es la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo puntual A, m_A es la masa del cuerpo puntual A, $\sum \mathbf{F}_\mathrm{S}$ es la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo puntual S y m_S es la masa del cuerpo puntual S.

Observaciones

A diferencia de lo que establece la primera y segunda ley de Newton, de la ecuación anterior se deduce que la aceleración del cuerpo puntual A con respecto al sistema de referencia S no depende solamente de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo puntual A sino que también depende de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo puntual S donde se halla fijo el sistema de referencia S. Esto es, para el sistema de referencia S el cuerpo puntual A puede tener una aceleración aun si sobre el cuerpo puntual A no actúa fuerza alguna y también para el sistema de referencia S el cuerpo puntual A puede no tener una aceleración (estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme) aun si sobre el cuerpo puntual A actúa una fuerza no equilibrada.

Por último, de la ecuación anterior se deduce que la primera y segunda ley de Newton son válidas en el sistema de referencia S solamente si la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo puntual S es igual a cero. Por lo tanto, el sistema de referencia S es un sistema de referencia inercial si la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo puntual S es igual a cero, pero es un sistema de referencia no inercial si la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo puntual S no es igual a cero.

Bibliografía

A. Einstein, Sobre la Teoría de la Relatividad Especial y General.

E. Mach, La Ciencia de la Mecánica.

H. Goldstein, Mecánica Clásica.

Apéndice

Comportamiento Dinámico de los Cuerpos Puntuales

Según la segunda ley de Newton el comportamiento de dos cuerpos puntuales A y B está determinado para un sistema de referencia S (inercial) por las siguientes ecuaciones:

$$\sum \mathbf{F}_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{A}} \mathbf{a}_{\mathrm{A}} \tag{1}$$

$$\sum \mathbf{F}_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{B}} \mathbf{a}_{\mathrm{B}} \tag{2}$$

o sea:

$$\frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}} - \mathbf{a}_{\mathrm{A}} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{B}}} - \mathbf{a}_{\mathrm{B}} = 0 \tag{4}$$

Igualando las ecuaciones (3) y (4), se obtiene:

$$\frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}} - \mathbf{a}_{\mathrm{A}} = \frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{B}}} - \mathbf{a}_{\mathrm{B}} \tag{5}$$

Por lo tanto, el comportamiento de los cuerpos puntuales A y B está determinado ahora para el sistema de referencia S por la ecuación (5).

Ahora, si se pasa la ecuación (5) del sistema de referencia S a otro sistema de referencia no rotante S’ (inercial o no inercial), utilizando

la transformación de la cinemática: ($\mathbf{a}' = \mathbf{a} - \mathbf{a}_{o'}$) y las transformaciones de la dinámica: ($\mathbf{F}' = \mathbf{F}$) y ($m' = m$), se deduce:

$$\frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{A}}{}'}{m_{\mathrm{A}}{}'} - \mathbf{a}_{\mathrm{A}}{}' = \frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{B}}{}'}{m_{\mathrm{B}}{}'} - \mathbf{a}_{\mathrm{B}}{}' \tag{6}$$

Como la ecuación (6) tiene la misma forma que la ecuación (5) entonces se puede establecer que el comportamiento de los cuerpos puntuales A y B está determinado para cualquier sistema de referencia no rotante (inercial o no inercial) por la ecuación (5).

Ahora, si aplicamos la ecuación (5) a un cuerpo puntual A y un sistema de referencia no rotante S (inercial o no inercial) fijo a un cuerpo puntual S, entonces:

$$\frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}} - \mathbf{a}_{\mathrm{A}} = \frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{S}}}{m_{\mathrm{S}}} - \mathbf{a}_{\mathrm{S}} \tag{7}$$

Despejando $\mathbf{a}_{\mathrm{A}}$ y como la aceleración $\mathbf{a}_{\mathrm{S}}$ del cuerpo puntual S con respecto al sistema de referencia no rotante S siempre es igual a cero, resulta:

$$\mathbf{a}_{\mathrm{A}} = \frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{A}}} - \frac{\sum \mathbf{F}_{\mathrm{S}}}{m_{\mathrm{S}}} \tag{8}$$

Finalmente obtenemos la ecuación (8) que representa la nueva ecuación de movimiento para un cuerpo puntual en mecánica clásica, que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia no rotante (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.